

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-65/11 (1965)

C. Guaraldo, G. Sacerdoti e A. Susanna :  
PROPOSTA DI UN NUOVO SISTEMA PER INDURRE CORRENTI  
PERSISTENTI IN UN ANELLO SUPERCONDUTTORE.

Estratto da: Elettrotecnica 52, 117 (1965)

# LETTERE ALLA REDAZIONE

## Proposta di un nuovo sistema per indurre correnti persistenti in un anello superconduttore

### INTRODUZIONE.

In questa lettera viene proposto un nuovo meccanismo per indurre correnti persistenti in un anello superconduttore (1). Queste correnti vengono indotte da un'onda elettromagnetica polarizzata circolarmente che si propaga in una guida circolare. L'anello superconduttore costituisce un tratto di superficie della guida d'onda circolare.

L'onda «trascina» gli elettroni nel verso di rotazione; gli elettroni superconduttori conservano il loro moto rotatorio e creano così nell'anello una corrente continua. Il campo magnetico associato a questa corrente è rivelabile con una bobina mobile sull'esterno della guida d'onda.

Il meccanismo proposto permette anche di risalire alla resistività che presenta il superconduttore, alla frequenza dell'onda di eccitazione, misurando la variazione nel tempo della corrente persistente.

### APPARATO SPERIMENTALE.

L'apparato sperimentale è mostrato in fig. 1. In (1) è connesso un klystron ad antenna con il quale si eccita la guida d'onda circolare sul modo fondamentale  $TE_{11}$  [1]. L'andamento delle linee di forza del campo elettrico nel modo  $TE_{11}$  (illustrato in fig. 2) [2], mostra che se si dispone l'antenna del klystron inclinata di  $45^\circ$  rispetto ai «metal fins» della sezione a  $\Delta 90^\circ$  (2), si otterrà all'uscita di questa ultima un'onda polarizzata circolarmente [3]. Il tratto di guida (3) successivo al  $\Delta 90^\circ$  scende nel dewar (7). Lungo questo tratto di guida si trovano i due anelli superconduttori (10) (per esempio stagno) con all'esterno le bobine (9) per la misura del flusso magnetico concatenato agli anelli, collegati in opposizione per raddoppiare la sensibilità della misura.

La guida d'onda viene adottata all'uscita con una tromba a dispersione (12) (chiusa con un foglio di mylar) anziché con un cuneo assorbente per dissipare l'energia elettromagnetica nell'aria piuttosto che nell'elio.

Prima della tromba disperdente è posta l'antenna ricevente (11) in grado di ruotare di  $2\pi$  allo scopo di controllare la polarizzazione circolare dell'onda.

### CONSIDERAZIONI TEORICHE SUL MECCANISMO.

Si consideri dapprima il sistema costituito dall'onda polarizzata circolarmente che si propaga entro la guida, e dagli elettroni dell'anello superconduttore facente parte della guida stessa.

A tale onda è associato un momento della quantità di moto elettromagnetica rispetto all'asse della guida stessa. [4] [5] [6].

Il valore di questo momento assiale della quantità di moto per unità di lunghezza della guida è dato da [7]:

$$(1) \quad M_{e.m.} = \frac{1}{2} B^2 \frac{\mu_0}{c^2} \omega \frac{r_0^2}{u_1} \int_0^{r_0} J_1^2 \left( u \frac{\rho}{r_0} \right) \rho d\rho$$

dove:

- B è una costante proporzionale all'ampiezza dell'onda elettromagnetica.
- $\omega$  è la pulsazione dell'onda
- $\mu_0$  è la permeabilità magnetica nel vuoto

(1) Da un'idea di G. SACERDOTI.

$J_1$  è la funzione di Bessel di ordine 1  
 $r_0$  è il raggio della guida

$u' = 1,841$  è la radice della  $J_1' \left( u \frac{\rho}{r_0} \right)_{\rho=r_0} = 0$

$u_1 = (u')^2 = 3,39$

$c$  è la velocità della luce nel vuoto.

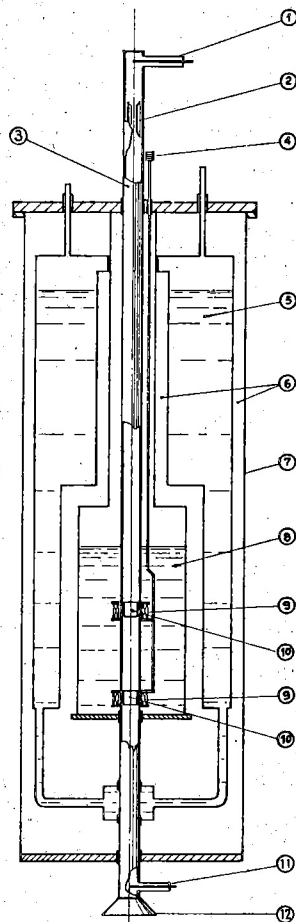
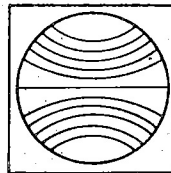


Fig. 1.



$TE_{11}$

Fig. 2.

L'attenuazione dell'onda elettromagnetica nell'anello superconduttore comporta una variazione del momento della quantità di moto. Chiamando  $\alpha$  la costante di attenuazione nell'anello, questa variazione, riferita all'unità di tempo, vale:

$$(2) \quad |\Delta \mathcal{M}_{e.m.}| = M_{e.m.} v_g 2 \alpha h$$

dove:

$v_g$  è la velocità di gruppo dell'onda elettromagnetica  
 $h$  è la lunghezza dell'anello.

Il momento della quantità di moto degli elettroni di conduzione (normali e superconduttori) <sup>(2)</sup> entro l'anello, subirà, nell'unità di tempo, una variazione uguale e contraria.

Si ha cioè:

$$(3) \quad |\Delta \mathcal{M}_{e.m.}| = 2 n \pi r_0 s h m \frac{\Delta v_e}{\Delta t} r_0$$

dove:

$n$  è il numero di elettroni per unità di volume  
 $s$  è lo spessore dell'anello superconduttore  
 $m$  è la massa elettronica  
 $v_e$  è la velocità degli elettroni.

A questo punto nasce la domanda: quale parte del momento della quantità di moto viene ceduta agli elettroni superconduttori, quale agli elettroni normali e quale parte di quest'ultima viene poi riceduta al reticolo. Se si fa l'ipotesi, peraltro discutibile, che una frazione (per es. 1/2) del momento della quantità di moto sia ceduta agli elettroni superconduttori <sup>(3)</sup>, e che questi la conservino <sup>(4)</sup>, combinando la (2) con la (3) si ottiene la corrente che fluirà nell'anello nell'unità di tempo:

$$(4) \quad \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{1}{2 \pi} \frac{h}{r_0^2} \frac{e}{m} \alpha v_g M_{e.m.}$$

dove:

$e$  = carica dell'elettrone

Il flusso  $\Phi$  del campo magnetico associato a detta corrente è allora:

$$(5) \quad \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \mu_0 v_g M_{e.m.}$$

CALCOLO NUMERICO.

Se l'oscillatore a disposizione vibra, ad esempio, sulla frequenza di 24 GHz, corrispondente ad una lunghezza d'onda

$$\lambda = 1,25 \text{ cm,}$$

con una potenza erogata di 1 W, una scelta possibile delle dimensioni della guida affinché si propaghi il modo  $TE_{11}$  è:

$$r_0 = 0,4 \text{ cm}$$

essendo  $r_0$  il raggio della guida.

Infatti la lunghezza d'onda di taglio risulta essere per questo modo [8]:

$$\lambda_c = 3,42 \cdot r_0$$

La banda fondamentale, cioè l'intervallo compreso tra la  $\lambda_c$  del modo fondamentale e la più alta delle  $\lambda_c$  degli altri modi (quella del  $TM_{01}$ ) risulta essere:

$$\Delta \lambda = 0,8 r_0$$

Con  $r_0 = 0,4 \text{ cm}$  si ha allora

$$\lambda_c = 1,37 \text{ cm}$$

$$\Delta \lambda = 0,32 \text{ cm}$$

<sup>(2)</sup> Infatti è verosimile che il momento della quantità di moto venga ceduto quasi totalmente e direttamente agli elettroni e non al reticolo: gli elettroni normali cederanno almeno in parte il loro momento della quantità di moto al reticolo.

<sup>(3)</sup> cid è giustificato dal fatto che il rapporto tra elettroni normali ed elettroni superconduttori, scegliendo opportunamente la temperatura, può essere circa uguale a 1.

<sup>(4)</sup> infatti, solo se la frequenza dei fotoni incidenti arrivasse all'infrarosso ci sarebbero perturbazioni distruttive delle correnti superconduttrici [14].

Il campo massimo  $E_{max}$  corrispondente a questo modo e alla potenza  $P$  erogata dall'oscillatore si ricava dalla [9]

$$\frac{P}{E_{max}^2} = 1,99 \cdot 10^{-3} r_0^2 \sqrt{1 - v^2}$$

dove:

$$v = \frac{\lambda}{\lambda_c}$$

e vale  $E_{max} \leq 8,7 \cdot 10^3 \text{ V/m}$

La velocità di gruppo è  $v_g = \lambda/\lambda_c c$  [10]

dove:

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - v^2}}$$

e vale  $v_g \leq 1 \cdot 10^8 \text{ m/sec.}$

Il valore da attribuire alla costante di attenuazione  $\alpha$ , [11] [15], se si pensa di usare il tratto superconduttore in stagno, è dell'ordine di

$$\alpha = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^{-1}$$

Il momento della quantità di moto per unità di lunghezza è dato da:

$$M_{e.m.} = B^2 \frac{\mu_0 \omega}{c^2} \frac{r_0^4}{4 u_1} [J_1^2(u') - J_0(u') J_2(u')] \\ \leq 2 \cdot 10^{-20} \text{ Kg} \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-1} \text{ [13]}$$

dove

$$B^2 = \frac{10 E_{max}^2}{\mu_0^2 \omega^2 r_0^2}$$

La variazione del flusso nell'unità di tempo risulta allora:

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \mu_0 \alpha v_g M_{e.m.} \leq 10^{-8} \text{ Wb/s}$$

La variazione del flusso in queste ipotesi peraltro ottimistiche di lavoro è notevolmente alta e facilmente rivelabile. Vi sono quindi buone probabilità che un esperimento del tipo proposto possa avere risultato positivo.

RINGRAZIAMENTI

Ringraziamo il dott. P. Bounin e il dott. E. Tabet per le utili discussioni.

BIBLIOGRAFIA

[1] SOUTHWORTH: Principles and applications of wave guide transmission. - «D. Van Nostrand Company, Inc.», p. 343.  
 [2] G. J. WHEELER: Introduction to microwaves - «Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs», 1963, p. 59.  
 [3] Idem [1], p. 329.  
 [4] W. HEITLER: The Quantum theory of Radiation. - «The University Press», 3rd, Ed., Appendix 1, Oxford.  
 [5] R. A. BETH: «Phys. Rev.», 48, 471, 1935.  
 «Phys. Rev.», 50, 115, 1936.  
 [6] N. CARRARA: «Nuovo cimento», VI, 1, 1949.  
 «Nature», 164, 882, London 1949.  
 [7] TH. MORENO: Microwave transmission design data. - «Dover Publications Inc. New York», New York, p. 116.  
 [8] Idem [1], p. 124.  
 [9] Idem [7] p. 124.  
 [10] Idem [7], p. 123.  
 [11] Idem, [7], p. 134.  
 [12] M. MORSE and H. FESHBACH: «Methods of Theoretical Physics», Part II, Mc Graw-Hill, Book Company, Inc., 1953 p. 1322.  
 [13] G. N. WATSON: A treatise on the theory of Bessel Functions. - Cambridge University Press, 1958.  
 [14] M. TINKHAM: «Phys. Rev.», 110, 26, 1958.  
 [15] D. SHOENBERG: Superconductivity. - Cambridge University Press, 1960, p. 197.

C. GUARALDO - G. SACERDOTI - A. SUSANNA

Laboratori nazionali del sincrotrone del CNEN - Frascati - (Italia).